

Наставна програма за слободен изборен предмет
Слободен изборен предмет: **Математичко – логичко резонирање**
Училиште: ООУ „Вера Которка“, Клечовце
Наставник: Марија Стаменковска
Одделение: IV, V
Учебна 2023/4, прво полугодие, 36 часа

АДАПТИРАЛ:

Училиште: ООУ „Невена Георгиева – Дуња“, Кисела Вода, Скопје
Наставник: Мирјана Василевска, наставник по математика
Одделение: VI
Учебна 2025/2026, 36 часа (2 часа, неделно, едно полугодие)

ПОЗРЗАНОСТ СО НАЦИОНАЛНИТЕ СТАНДАРДИ

Наставната програма вклучува релевантни компетенции од следните подрачја:

МАТЕМАТИКА И ПРИРОДНИ НАУКИ

Ученикот / ученичката знае и /или умее:	
III-A.1	да користи редослед на операции со цели броеви, дробки и децимални броеви, вклучувајќи и загради,
III-A.2	да заокружува броеви до одреден степен на прецизност,
III-A.12	да открива својства на агли, прави што се сечат, триаголници, други многуаголници и круг и да одлучува кои својства ќе ги користи при решавање на проблеми,
III-A.15	да трансформира 2Д форми комбинирајќи: translација, ротација, осна симетрија и сличност,
III-A.18	да ги користи мерните единици (должина, маса, зафатнина, плоштина и волумен) во различен контекст,
III-A.19	да пресметува периметар и плоштина на 2Д форми,
III-A.22	да претставува дискретни и континуирани податоци со: линиски график за временски период, дијаграми со точки, столбест дијаграм, стебло – лист дијаграм,
III-A.23	да толкува табели, графици и дијаграми, да споредува резултати и носи заклучоци за точноста на поставената хипотезата,
III-A.24	да проценува настан, веројатност на настан, релативна фреквенција и да донесува заклучоци за експеримент,
III-A.25	да одлучува како да ги провери резултати и размислува дали одговорот е разумен во контекст на проблемот,
III-A.26	ја оценува ефикасноста на различни пристапи на решавање на проблемот и да ја подобрува постапката на решавање,
III-A.27	да користи математички апликации за решавање на различни проблемски ситуации и за проверување на знаењата.

Ученикот / ученичката разбира и прифаќа дека:	
III-B.1	секој може да научи математика доколку доволно се потруди,
III-B.2	знаењата од математиката наоѓаат примена во многу области на секојдневното живеење,
III-B.3	знаењата по математика се неопходни во усвојување на знаењата од други предмети и научни дисциплини,
III-B.4	учењето математика може да биде забавно и интересно.

Наставната програма вклучува дополнителни релевантни компетенции и од следните подрачја:

ЈАЗИЧНА ПИСМЕНОСТ, ДИГИТАЛНА ПИСМЕНОСТ, ЛИЧЕН И СОЦИЈАЛЕН РАЗВОЈ, ОПШЕСТВО И ДЕМОКРАТСКА КУЛТУРА, ТЕХНИКА, ТЕХНОЛОГИЈА И ПРЕТПРИЕМНИШТВО

Ученикот / ученичката знае и /или умее:	
I-A.1	да ги изразува и пренесува своите мисли, чувства, информации и ставови во различни комуникациски ситуации на својот мајчин јазик, преку различни медиуми и за различни цели,
IV-A.2	да процени кога и на кој начин за решавање на некоја задача/проблем е потребно и ефективно користење на ИКТ,
IV-A.5	да определи какви информации му/и се потребни, да најде, избере и преземе дигитални податоци, информации и содржини, и да ја процени нивната релевантност во однос на конкретната потреба и веродостојноста на изворот,
V-A.4	да прави проценка на сопствените способности и постигања (вклучувајќи ги силните и слабите страни) и врз основа на тоа да ги определува приоритетите што ќе му/ѝ овозможат развој и напредување,
V-A.6	да си постави цели за учење и сопствен развој и да работи на надминување на предизвиците што се јавуваат на патот кон нивно остварување,
V-A.7	да ги користи сопствените искуства за да си го олесни учењето и да го прилагоди сопственото однесување во иднина,
V-A.8	да го организира сопственото време на начин кој ќе му/ѝ овозможи ефикасно и ефективно да ги оствари поставените цели и да ги задоволи сопствените потреби,
V-A.9	да ги предвиди последиците од своите постапки и од постапките на другите по себе си и по другите,
V-A.14	да слуша активно и соодветно да реагира, покажувајќи емпатија и разбирање за другите и да ги искажува сопствените загрижи и потреби на конструктивен начин,
V-A.15	да соработува со други во остварување на заеднички цели, споделувајќи ги сопствените гледишта и потреби со другите и земајќи ги предвид гледиштата и потребите на другите,
V-A.17	да бара повратна информација и поддршка за себе, но и да дава конструктивна повратна информација и поддршка во корист на другите,
V-A.19	да дава предлози, да разгледува различни можности и да ги предвидува последиците со цел да изведува заклучоци и донесува рационални одлуки,
V-A.20	критички да ги анализира информациите и доказите според релевантни критериуми,
V-A.21	да го анализира, проценува и подобрува сопственото учење.

VI-A.3	да ги формулира и аргументира своите гледишта, да ги сослушува и анализира туѓите гледишта и со почитување да се однесува кон нив, дури и тогаш кога не се согласува,
VII-A.1	да ги поврзува сознанијата од науките со нивната примена во техниката и технологијата и со секојдневниот живот.
VII-A.9	активно да учествува во тимска работа според претходно усвоени правила и со доследно почитување на улогата и придонесот на сите членови на тимот,

Ученикот / ученичката разбира и прифаќа дека:	
IV-Б.1	дигиталната писменост е неопходна за секојдневното живеење - го олеснува учењето, животот и работата, придонесува за проширување на комуникацијата, за креативност и иновативност, нуди разни можности за забава,
IV-Б.2	неодговорното и неумешното користење на ИКТ има органичувања и може да носи ризици за поединецот или општеството,
V-Б.3	сопствените постигања и добросостојба во најголема мера зависат од трудот што самиот/самата го вложува и од резултатите што самиот/самата ги постигнува,
V-Б.4	секоја постапка што ја презема има последици по него/неа и/или по неговата/нејзината околина,
V-Б.7	иницијативноста, упорноста, истрајноста и одговорноста се важни за спроведување на задачите, остарување на целите и надминување на предизвиците во секојдневните ситуации,
V-Б.8	интеракцијата со другите е двонасочна – како што има право од другите да бара да му биде овозможено задоволување на сопствените интереси и потреби, така има и одговорност да им даде простор на другите да ги задоволат сопствените интереси и потреби,
V-Б.10	учењето е континуиран процес кој не завршува во училиште и не се ограничува на формалното образование.

РЕЗУЛТАТИ ОД УЧЕЊЕ

ТЕМА 1. БРОЕВИ

ЗНАЕЊА / ВЕШТИНИ:

- Разликува дали одредени елементи припаѓаат или не припаѓаат на дадено множество;
- Применува различни начини на запишување на множества (табеларен, графички и описен) за да воспостави и објасни релации меѓу множества;
- Препознава и дава примери за конечни, бесконечни и празни множества;
- Применува негативни броеви во реални животни ситуации (температури, долгови, нивоа и сл.);
- Заокружува цели и децимални броеви на определен степен на прецизност;
- Продолжува и дополнува броевни низи со цели броеви, децимални броеви и дропки со даден или логички определен чекор;
- Чита и претставува податоци од табели и дијаграми (кружни, столбести, линиски);
- Толкува дијаграми и извлекува заклучоци врз основа на податоци;
- Одредува и објаснува мод, ранг, медијана и аритметичка средина на дадени податоци;
- Врз основа на статистички параметри (мод, ранг, медијана, аритметичка средина) донесува логични заклучоци и објаснува опсервации.

СТАВОВИ / ВРЕДНОСТИ:

- Уверен(а) е дека математиката може да се учи на интересен, креативен и забавен начин;
- Верува дека секој може да напредува во математика доколку вложува труд и е упорен;
- Показува отвореност за различни начини на размислување и решавање проблеми преку истражување и соработка.

Содржини (поими) и број на часови	Примери со активности
1. Множество (начини на запишување на множества, елементи на множество, видови множества) број на часови: 4	Множества, дава примери (на пр. $A = \{2, 4, 6\}$), и се прикажува различен начин на запишување: Табеларен начин (со наведување на елементи), Описен начин (на пр. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 10\}$), Графички начин (со Венов дијаграм).

	Потоа се воведува основен концепт од ведската математика — „вертикална и попречна метода“ за собирање и множење, со еден визуелен пример. „Откриј го множеството“ Учениците добиваат различни „карти со елементи“ (броеви, форми, симболи) и треба: Да создадат три различни множества по сопствен избор (на пр. броеви деливи со 3, парни броеви помали од 20, итн.). Да ги запишат на три начини: табеларан, описен и со Венев дијаграм. „Јас сум дел од друго множество“ Учениците добиваат картички со множества запишани на различни начини: табеларен, графички и со Венев дијаграм. Учениците добиваат задача да ги претстават множествата на еден од трите начини на запишување множества со цел да ги воочат елементите на секое од множествата, врската помеѓу дадените множества, односно дали некое множество е подмножество од друго множество. Учениците дискутираат: Кои од множествата имаат исти елементи? Дали некое множество може да се запише во друго множество? Како го викаме тоа множество? „Броиме елементи во множество“ Учениците ги користат картичките со множества од минатиот час за да одредат колку изнесува бројот на елементи во секое од множествата и видот на
--	---

	множеството (празно множество, конечно множество, бесконечно множество). Учениците започнуваат дискусија со одговор на прашањата: Дали има множества со иста број на елементи? Како се викаат тие множества? Наброј ги! Дали има множества со исти елементи? Како се викаат тие множества? Наброј ги! „Математички мандала“ Учениците добиваат мандала – шема поделена на сегменти. Во секој сегмент впишуваат по едно множество. Со помош на едноставна ведска техника за множење (на пр. множење двоцифрени броеви), пресметуваат избрани парови на елементи од две множества. Резултатите ги пишуваат во централниот дел од мандалата. Учениците ги претставуваат своите мандали и ги објаснуваат множествата што ги користиле. Наставникот води кратка дискусија за тоа како можеме да го поврземе древното знаење (ведска математика) со модерното учење. Се поттикнуваат учениците да размислат: <i>Дали математиката е само бројки, или е и уметност, логика и креативност?</i>
2. Класи и месна вредност на цифрите (цел дел: класа: единици, илјади, милиони...,	Бура на идеи, седумцифрени децималени броеви (на пример: 3 256 814.092) и се поведува дискусија: Кои се класите? Кои се местата на цифрите?

месна вредност: единици, десетки, стотки, единици илјади, десетки илјади...,
децимален дел: десетинки, стотинки, илјадити дел, петцифрен број, шестцифрен број, седумцифрен број, децимален број)

број на часови: 2

Кој е цел, а кој е децимален дел?

„Број по број - распоредување“

Учениците добиваат случајно избрани **петцифрени, шестцифрени и седумцифрени броеви** (секој во различен пар).

Треба да ги распоредат цифрите во табела:

Класи: Единици, Илјади, Милиони

Месна вредност: Единици, Десетки, Стотки...

Ги определуваат и запишуваат **вредностите на цифрите** (на пр. „6“ на позиција десетки илјади има вредност 60 000).

„Ведска проверка на бројот“

Наставникот ги учи учениците на **едноставна ведска техника за проверка на точноста со збир на цифри (casting out nines):**

Се собираат сите цифри од бројот.

Се проверува дали добиениот збир е делив со 9 или дали оригиналниот број и збирот имаат ист „остаток од 9“.

Вежба: Проверете дали 3256814 и неговите компоненти се „во рамнотежа“.

„Децимални дуели“

Учениците работат во парови: едниот дава **децимален број** (на пр. 4.187), другиот го разбива:

$$\text{Десетинки: } \frac{1}{10} = 0.1$$

$$\text{Стотинки: } \frac{18}{100} = 0.18$$

$$\text{Илјадити: } \frac{187}{1000} = 0.187$$

Проверка преку „ведски збир“ – дали целиот број 4.187 има логичен распоред и точност.

Учениците споделуваат што научиле:

Кои цифри имаат највисока вредност во различни примери?

Како можеме да провериме број со ведски трикови?

Како изгледаат „броевите зад бројот“?

.....

Учениците ја играат играта „Кој сум јас?“. Еден ученик чита податоци за позицијата на цифрите во бројот, а останатите ученици се обидуваат да го погодат запишаниот број. Победник е ученикот кој ќе го погоди бројот и добива задача да чита факти за следниот број.

.....

ДОПОЛНИТЕЛНИ ПРИМЕРИ СО АКТИВНОСТИ:

Проект: Месна вредност на цифри во број

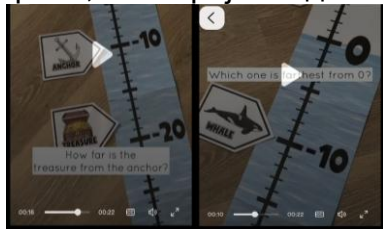
Учениците поделени во групи изработуваат нагледно средство за месна вредност на броеви, вклучувајќи и децимални броеви. За изработка на проектот користат пластични чаши. На врвот од чашата ги распоредуваат цифрите од 0 до 9, а после нив допишуваат онолку нули, колку што има цифрата долоку се наоѓа на одредена позиција во бројот.

Учениците во парови добиваат задачи да заокружат петцифрен, шестцифрен и/или седумцифрен број до најблиската десетка илјада, единица илјада или стотка и да го објаснат одговорот.

Учениците во мали групи добиваат задача да определат кои петцифрени / шестцифрени / седумцифрени броеви (децимален број) се заокружуваат до најблиската десетка илјада / единица илјада (десеттинка, стотинка) на даден број.

Учениците дискутираат:

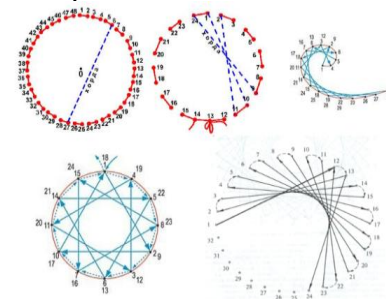
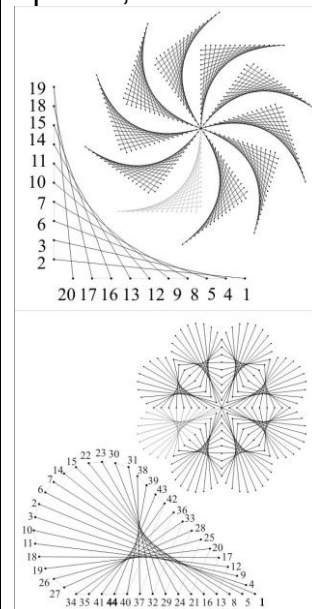
	Кога применуваме пресметување и заокружување, кога имаме помала „грешка“? Дали е подобро прво да ги заокружиме броевите, а потоа да пресметуваме или прво да пресметаме, а потоа само решението да го заокружиме? Посочуваат конкретни примери од секојдневниот живот.
3. Негативни броеви во секојдневен контекст (негативен број, број помал од нула) број на часови: 4	„Се возиме со лифт“ Учениците од шешир влечат броеви, кои вклучуваат и негативни броеви и добиваат задача да се подредат по големина. Секој ученик брои на неограничена бројна низа во даден чекор во позитивна или негативна насока. Учениците играат игра „Се возиме со лифт“ при што бројат напред и назад од нулата кон позитивните броеви и од нула кон негативните броеви. Учениците се поттикнуваат на дискусија: Како се подредени броевите после бројот нула? „Патуваме во вселената“ Учениците поделени во парови добиваат бројна оска со позитивни и негативни броеви. Вселенското летало го поставуваат на нула. Секој ученик добива задача со фрлање на коцка да стигне до крајот на својата половина од оската. Првиот ученик откако ќе ја фрли коцката се движи на десно. Вториот ученик ја фрла истата коцка и го движи леталото на лево, од местот каде што е леталото во моментот. Победник е ученикот кој прв ќе стигне до целта. Учениците се поттикнуваат на дискусија: 

	Што се слушава со броевите кога се движиме на десно, а што кога се движиме на лево? Каков број се добива ако леталото се помести за повеќе единици на лево од бројот на кој е поставено? „Островот на скриеното богатство“ Учениците добиваат бројна права и лист на кој е испишана приказна. Читајќи ја приказната и движејќи се по бројната права, ќе откријат каде се наоѓа скриеното богатство.  „ Временска машина“ Учениците добиваат картички со историски настани со наведено време на нивно случување. На бројна права треба да ги подредат дадените настани по растечки редослед.
4. Низи од броеви (дополнува и продолжува низи од цели броеви или децимални броеви или дробки во кои чекорот е даден со цел број, дробка или децимален број) број на часови: 4	Учениците се наредени во колона. Се покажуваат првите неколку члена на низата (на пр. $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 1\frac{1}{3}, \dots$; 0,2; 0,4; 0,6; ..., или 1; 0,5; 0; -0,5;...). Учениците ја продолжуваат низата во која на почетокот полека ги кажуваат броевите, а потоа, во секој нареден круг, сè побрзо и побрзо ги ниват броевите

усно. Кој ќе згреши излегува од играта. Победник е ученикот кој ќе остане последен.

Учениците во групи добиваат низи во кои недостигаат членови на низата. Задача на секоја од групите е да го одреди правилото на низата и членовите што недостигаат.

Учениците во парови цртаат форми на хартија следејќи правила на низа, на пример еден пар добива задача: со црвена боичка почни да се движиш од бројот 1, со чекор 12, а со зелена боја почни да се движиш од бројот 2 со чекор 12. Друг пар добива задача со жолта боја да ги поврзе парните броеви, а со виолетова – непарните броеви итн.



	 „Има ли математика во природата околу нас и во сликарството? “ Помеѓу учениците се поттикнува дискусија за застапеноста на математиката во природата: Дали ја забележувате математиката во природата околу нас? Наведете примери! Како изгледа цветот на розата? Како изгледа куќарката од полжавот? Како изгледа школката? Што мислите дали во наведените примери има математика? По спроведената дискусија на учениците им се објаснува низата на Фибоначи и златниот пресек преку кратка презентација. Им се објаснува дека првите два членови на низата Фибоначи се броевите 1 и 1, а секој следен член се добива како збир од претходните два броеви, па низата изгледа: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34..... Потоа врз веќе споменатите примери се исцртува низата на Фибоначи. На учениците им се покажуваат уште примери од низата на Фибоначи и златниот пресек од природата и сликарството. Учениците добиваат задача да ја претстават низата на Фибоначи во мрежа со квадратчиња и со кругови во различни бои чии дијаметри се броеви од низата на Фибоначи.
5. Работа со податоци (Читање, собирање, организирање, средување и претставување на податоци (ранг, медијана, аритметичка средина))	Се покажува табела со 10 вредности (пример: потрошувачка на вода во литри: 55, 48, 63, 71, 55, 66, 48, 75, 60, 59). Се поведува дискусија: Како можеме да дознаеме кој е просекот?

број на часови: 2

Која е средната вредност (мода)?

Кој има најмала, а кој најголема вредност?

„Ведско собирање“

Учениците работат во групи и треба да ја пресметаат вкупната потрошувачка користејќи ведска техника:

Се групираат бројките во парови за полесно собирање.

Се применува техниката „комплетирање до 10“ или „од десетка“.

Пр: $48 + 63 \rightarrow 48$ е „2 до 50“ $\rightarrow$ земи 2 од 63 $\rightarrow 50 + 61 = 111$.

Организирање и анализа

Учениците:

Ги подредуваат податоците по големина (ранг).

Ја наоѓаат медијаната (средната вредност).

Ја делат вкупната вредност со бројот на податоци (10) за да ја добијат аритметичката средина (просек).

Ги запишуваат податоците во табела и ги претставуваат на столбест дијаграм или точкаст дијаграм.

Интерпретација и игра „Пронајди ја вистината“

Секоја група добива неколку изјави:

„Најчестата вредност е 55.“

„Медијаната е 59.“

„Просекот е 60.5.“

Учениците со внимателно читање на податоците и со примената на **ведската пресметка** одредуваат дали изјавите се точни или неточни.

Се спроведува дискусија:

Како ни помогна ведската техника во побрзо пресметување?

Кој начин на претставување ни беше најразбирлив?

Зошто е важно да ги читаме податоците со разбирање?

.....

	Учениците работат во парови, спроведуваат истражување за вредностите на температурата во утринските часови во месеците ноември, декември и јануари во неколку градови во Македонија. Добиените податоци ги запишуваат во табела и ги претставуваат на дијаграм или графикон. Потоа добиените податоци ги анализираат, односно учениците: Ги подредуваат податоците по големина (ранг). Ја наоѓаат медијаната (средната вредност). Одредуваат аритметичката средина (просек). Ги презентираат добиените податоци пред останатите ученици и започнуваат дискусија: Што ги навело да ги претстават податоците на начинот што го избрале? Како го одредиле рангот на податоци, кај податоци кои имаат негативни вредности? Како се пресметува аритметичка средина (просек), кај податоци кои содржат негативни вредности? Кој начин на претставување ни беше најразбирлив? Зошто е важно да ги читаме податоците со разбирање?
--	---

ТЕМА 2. ГЕОМЕТРИЈА

ЗНАЕЊА / ВЕШТИНИ:

- Споредува должини на отсечки (графички и аритметички).
- Црта паралелни и нормални прави со геометриски прибор.
- Црта симетрала на отсечка и агол.
- Одредува растојание од точка до права.
- Објаснува и идентификува: соседни, напоредни, накрсни, комплементни и суплементни агли.
- Проценува и проверува големина на агол со агломер.
- Ги користи поимите: кружница, центар, радиус, дијаметар, тетива.
- Препознава видови триаголници и донесува заклучоци за врска помеѓу агли и страни.
- Одредува внатрешни и надворешни агли на триаголник.
- Опишува положба на многуаголник со симетрија, транслација, ротација (90°) во координатен систем.
- Идентификува и опишува движење на фигура и нејзина слика.
- Групира настани кои секогаш ќе се случат или никогаш нема да се случат и настани кои имаат иста веројатност да се случат.
- Дава примери на настани кои ќе се случат или не и настани кои имаат иста веројатност да се случат.

СТАВОВИ / ВРЕДНОСТИ:

- Уверен(а) е дека математиката може да се учи на интересен, креативен и забавен начин;
- Верува дека секој може да напредува во математика доколку вложува труд и е упорен;
- Показува отвореност за различни начини на размислување и решавање проблеми преку истражување и соработка.

Содржини (поими) и број на часови	Примери со активности
1. Отсечка и агол (симетрала на отсечка, симетрала на агол, графичко и аритметичко собирање на отсечки, соседни агли, напоредни агли, накрсни агли, комплементни и суплементни агли)	ПРОЕКТ 1: Изработка на сончев часовник во училишниот двор (времетраење 2 часа) Фокус: отсечка, агол, симетрала, мерење агли, сончева светлина Кратка воведна презентација: Што е сончев часовник?

број на часови: 4

Како се користи сенката и аголот на Сонцето?

Како се користат симетрала на отсечка и мерење на агли во конструкцијата?

Групна дискусија:

Кои материјали ни се потребни?

Каде е најдобра локација (отворен простор, доволно сончева светлина)?

Практична вежба во училница:

Секоја група црта скица на свој сончев часовник, користејќи симетрала за централната оска.

Подготовка на материјали:

Учениците добиваат картон, штици, молив, јаже и компас за агли.

Поставување на центарот (гномон):

Поставување вертикално стапче (гномон) – објаснување на симетрала на отсечка при одредување на положбата.

Обележување на часовите:

На секој 15 минути, учениците ја следат сенката и ја обележуваат на подлогата.

Групна анализа:

Колку е аголот помеѓу сенките на два часа?

Како аголот се менува во текот на денот?

Презентација на секоја група:

Како ја поставиле симетралата?

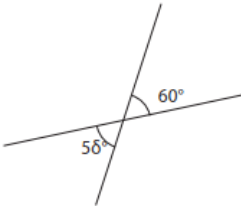
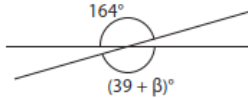
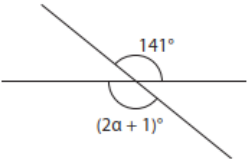
Како ја пресметувале положбата на часовите?

.....
ПРОЕКТ 2: Видови агли – практична изработка на агломер во холот (времетраење 2 часа)

Фокус: класификација и визуелизација на агли – комплементни, суплементни, соседни, накрсни, напоредни

Повторување: видови агли + дефиниции со примери.

	Активност: Агли низ телото: Учениците со своите тела формираат различни агли (со раце, нозе), додека друг ученик ги мери и ги именува аглите. Планирање на агломерот: На голем флипчарт или подот, учениците ги поставуваат аглите кои ќе се нацртаат на подот: еден пар накрсни, еден пар напоредни, еден пар суплементни, комплементни агли и еден остар агол во форма на стрелка кон вратата. Пресметка и мерење: Се користи транспортир за мерење точни агли; Учениците планираат боја и ознака за секој агол. Обележување на основните прави и точки: Со креда/леплива трака се влечат основните линии. Цртање и мерење агли: Учениците го изработуваат секој агол, го мерат и пишуваат назив до него (на пр. „накрсен агол 90°“). Дизајн и боја: Боење со темперни/маркери; Додавање симболи или QR-код со линк до кратко објаснување. Завршна презентација и евалуација: Учениците организираат „мини изложба“; Објаснуваат на останати ученици/наставници што претставува агломерот и како се учи преку него. Дополнителни активности: Учениците го користат своето тело за да покажат различни агли, на пример: аголот формиран од нозете и половината е рамен агол, аголот формиран помеѓу телото и раката
--	--

	исправена покрај телото е нулти агол, аголот помеѓу телото и хоризонтално исправените раце е прав итн... Учениците во Геогebra цртаат симетрала на отсечка и симетрала на агол, графички собираат и одземаат отсечки. Учениците во групи добиваат задачи на кои се нацртани парови на агли во различни положби. Треба да препознаат и запишат кои парови на агли се претставени на секоја од сликите, а потоа да ја пресметаат големината на непознатиот агол, на пример: Пресметај ги непознатите агли на цртежите: а)  б)  в)  Од два суплементни агли, едниот е за 102° поголем од другиот. Пресметај ги големините на аглите. Два комплементни агли се разликуваат за 78°. Пресметај ја големината на поголемиот агол. Еден агол е петпати поголем од неговиот суплементен агол. Пресметај ја големината на помалиот агол.
2. Круг (кржница, центар на кржница, круг, радиус, дијаметар, тетива)	Игра „Живо тело на кругот“ Учениците се делат во групи од 4–5. Секоја група добива еден хулахоп и се поставува на подот (или земја).

број на часови: 1

Задачи:

Еден ученик се поставува во центарот на хулахопот (одреден со конец од иста должина од повеќе точки на обрачот).

Друг ученик со конец ги покажува радиусите од центарот до обрачот (во различни насоки).

Два ученика држат дијаметар – преку центарот од едната страна на хулахопот до спротивната.

Друг пар објаснува што е тетива и поставува конец од точка до точка на обрачот – но не преку центарот.

Учениците добиваат картонски ознаки и ги лепат на точните места на хулахопот: „центар“, „радиус“, „дијаметар“, „тетива“.

Секоја група одговара на едно од следниве прашања:

Кој дел е најдолг – радиус, дијаметар или тетива?

Дали секој дијаметар е тетива? А обратно?

Колку радиуси може да има во еден круг?

Може ли да се има тетива без центар?

По еден претставник од секоја група извикува поим: „радиус!“, „центар!“, „тетива!“

Учениците трчаат / застануваат на точното место околу хулахопот.

Првите тројца што се позиционираат точно добиваат поен за својата група.

.....
Дополнителни активности

Учениците добиваат работни листови на кои се означени по неколку точки (траги) од кружници со различни радиуси, на кои треба со слободна рака движејќи се по „трагите“ да нацртаат кружница или делови од кружница. Потоа на таа

	кржница да ги означуваат деловите на секоја кржница (центар на кржница, радиус, дијаметар, тетива).
1. Положба, насока и движење (центар на ротација, агол на ротација, оригинал, слика) број на часови: 2	Активност: Танграм – геометриски трансформации преку сликање дополни Објаснување на сложувалката Танграм – нејзиното потекло, изглед и состав. Од објаснувањето учениците учат дека танграмот се состои од седум геометриски фигури: еден квадрат, еден паралелограм и пет рамнокраки правоаголни триаголници од различни големини. Учениците дознаваат дека со овие парчиња можат да создадат безброј нови облици, при што применуваат важни геометриски трансформации како ротација, транслација и осна симетрија. По воведот, учениците се делат во мали групи и добиваат по еден комплет танграм, заедно со слики или шаблони од форми што треба да ги состават. Работејќи во тим, тие внимателно ги анализираат зададените форми и со методот на обиди и грешки се обидуваат да ги состават зададените форми, користејќи ги сите парчиња од сложувалката. Во процесот на изработка, учениците применуваат ротации за да ги вртат елементите, транслации за да ги преместуваат без промена на насока, и симетрични поставувања за да ги добијат точните огледални облици. Оваа активност бара логичко размислување, просторна претстава, како и вештини за соработка и комуникација. На крајот од активността, секоја група ја презентира својата изработена форма пред останатите, објаснувајќи го

	процесот на размислување, предизвиците со кои се соочиле и трансформациите што ги примениле за да стигнат до конечната слика. Преку оваа активност, учениците не само што го продлабочуваат своето знаење за геометриските поими, туку и развиваат критичко мислење, креативност и вештини за тимска работа. Така, математиката се доживува како жива, интересна и применлива дисциплина која може да се учи преку игра и соработка. Сложувалка од 2Д форми (Тетрис) Учениците поделени во парови добиваат лист со мрежа од квадратчиња и различни неправилни 2Д форми (тетрис). Учениците добиваат задача да ја препокријата целата мрежа со дадените форми, без да остават празен простор и без да преклопат дел од формите. Дополнителни активности Местење на Рубикова пирамида и Рубикови коцки (2x2x2, 3x3x3 и 4x4x4). БИНГОМЕТРИЈА На учениците им се објаснува играта Бингометрија. Секој ученик добива табела 5x5 на која со сликички се претставени различни поими од геометрија. Во сад се ставени поими од геометрија. Наставникот ги влечи поимите еден по еден и ги чита на глас. Учениците што ја имаат
--	---

	сликичката што го опишува поимот, ја заокружуваат. Победник е оној ученик кој прв ќе ги заокружи сите поими на својот лист. https://www.youtube.com/shorts/oHVsw5Qra54 https://www.youtube.com/shorts/eHa_FffvESM
4. Работа со податоци Веројатност за случување на настан (сигурен настан, невозможен настан) број на часови. 1	Материјали: Коцка (со 6 страни) Картон со шема: табела за запишување на фрлањата Круг од боени полиња (црвена, сина, жолта, зелена, бела, црна) Работни листови со предвидувања Наставникот поставува неколку прашања: Ако фрлиме коцка, дали може да добиеме број 7? (невозможно) Дали можеме да добиеме парен број? (можно) Дали ќе добиеме број помал од 10? (сигурно) Етапа 1: Фрлање коцка Секој ученик фрла коцка 10 пати и ги запишува резултатите. Групно ги собираат резултатите на табла (на пр. колку пати се добил бројот 3?). Етапа 2: Предвидување Се прашуваат: колку групи на бројки што даваат 10 можат да се формираат од фрлените броеви? ← Пример: Фрлени броеви: 3, 4, 6, 2, 7, 3, 1, 9, 5, 5 Комбинации за 10: 3 + 7, 4 + 6, 1 + 9, 5 + 5 = 4 групи

	Учениците проценуваат: Колку е веројатно да формирам уште една група ако фрлам уште еднаш? Етапа 3: Анализа Учениците се обидуваат да предвидат кој број најчесто се појавувал. Секој ученик добива изјава: „Следниот број ќе биде парен“ (можен настан) „Ќе добијам 8“ (невозможен настан) „Ќе добијам број од 1 до 6“ (сигурен настан) Треба да класифицираат и да го објаснат зошто. Како ни помогна ведската техника да анализираме податоци побрзо? Дали веројатноста е секогаш точна? Дали во животот секогаш можеме да предвидиме нешто – и кога е тоа само веројатност? Истата активност може да се спроведе со играње на играта Лист – Камен – Ножички во мали групи. Добиваат задача да пресметаат која е веројатноста: - барем еден ученик да покаже лист; - Барем еден ученик да покаже ножички; - Барем еден ученик да покаже камен; - Двајца ученика да покажат ист знак; - Сите ученици од групата да покажат ист знак итн.
--	--

ТЕМА 3. ОПЕРАЦИИ СО БРОЕВИ

ЗНАЕЊА / ВЕШТИНИ:

- Собира и одзема броеви до 1 000 000 (или над 1 000 000) со стратегија - ведска математика.
- Множи двоцифрен, трицифрен и четирицифрен број со едноцифрен или двоцифрен број со стратегија – ведска математика.
- Дели броеви до 1 000 000 со едноцифрен и двоцифрен број.
- Ги применува својствата (комутативно, асоцијативно и дистрибутивно) кои се однесуваат на операциите собирање, одземање, множење и делење.
- Решава равенки со користење на операции во N_0 и нивните својства.
- Пресметува вредност на броен израз во N_0 со загради и без загради.
- Проценува вредност на збир, разлика, производ или количник и ја проверува проценката со пресметување.
- Ги користи поимите: множител, делив, делител и содржател.
- Ги применува признаците за деливост со 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 како стратегија за полесно множење и делење на броеви.
- Собира и одзема дропки со исти и различни именители.
- Собира и одзема броеви со ист или различен број на децимали.
- Множи децимални броеви со една децимала.
- Дели децимален број со две децимали со едноцифрен број.
- Проценува вредност на збир, разлика, производ или количник и ја проверува проценката со пресметување.
- Користи мерни единици за должина, маса и зафатнина за решавање на реални проблемски ситуации.
- Решава проблеми од секојдневен контекст со пресметување на периметар и плоштина.

СТАВОВИ / ВРЕДНОСТИ:

- Уверен(а) е дека математиката може да се учи на интересен, креативен и забавен начин;
- Верува дека секој може да напредува во математика доколку вложува труд и е упорен;
- Показува отвореност за различни начини на размислување и решавање проблеми преку истражување и соработка.

Содржини (поими) и број на часови	Примери со активности
1. Собирање и одземање до 100000 (вклучувајќи и децимални броеви)	„Математички крстозбор“ На учениците им се презентира начинот на кој се пополнува математичкиот крстозбор. Потоа се потсетуваат на ветското

(собирок, збир, намаленик, намалител, разлика, комутативно својство, асоцијативно својство, дистрибутивно својство и ведска математика)

број на часови: 3

собирање и одземање на броеви, односно дополнување до полна десетка, пр:

$48 + 63 \rightarrow 48$ е „2 до 50“ $\rightarrow$ земи 2 од 63 $\rightarrow 50 + 61 = 111$,

$63 - 48 \rightarrow 48$ е „2 до 50“ $\rightarrow$ додади 2 на 63 $\rightarrow 65 - 50 = 15$.

Учениците го користат овој начин за операции со броеви за извршување на потребните пресметки од крстозборот на памет. Победник е ученикот кој прв ќе го реши крстозборот. Победникот добива дополнителна проблемска задача која вклучува собирање и одземање со броеви.

.....
„Затвори ја таблата“

Учениците се поделени во групи од 4-5 ученици. Секоја група добива табла на која се прикажани полиња со броеви од 1 до 12 и две коцки со броеви од 1 до 6. Им се објаснуваат на учениците правилата на игра.

Правила на игра:

Првиот ученик ги фрла коцките за играње. Во зависност од броевите што се прикажани на коцката ученикот може да избере дали ќе ги затвори полињата со броевите дадени на горната страна, вкупниот збир на броевите или комбинацијата од два броја чиј вкупен збир го дава збирот на броевите на двете коцки. Потоа повторно ги фрла двете коцки и ученикот постапува на ист начин. Играта за ученикот завршува кога ќе ги затвори сите полиња со броеви или кога нема повеќе можности за затворање на полиња по три последователни фрлања на двете коцки истовремено. Во случај да ученикот не ги затвори сите полиња на таблата, како поени ги запишува збирот од отворените полиња на таблата. Следен игра вториот ученик. Па третиот, па

	четвртиот ученик итн. Победник е ученикот кој ја затворил таблата или има најмалку поени. Учениците во парови добиваат работни листови со логички задачи од собирање и одземање кои вклучуваат загради, децимални броеви и равенки на пример: Замени ја секоја буква со соодветна цифра така што ќе добиеш точно равенство. Еднакви букви означуваат еднакви цифри, а различните букви означуваат различни цифри. $A + AA + ABB = BBBA$ Збирот на три броја е 2023. Ако едниот собирок се зголеми за 224, а другиот се намали за 412, што треба да се направи со третиот собирок за да збирот остане непроменет? Брат и сестра за извршена работа добиле 1632 денари. Кога братот потрошил 360 денари, а сестрата 72 денари, тогаш на секој му останала иста сума на пари. По колку пари заработиле? Одреди ги најмалиот и најголемиот непарен осумцифрен број кој е запишан со цифрите 0, 3, 4, 5 и 7 во кој ниту една од тие цифри не се појавува повеќе од три пати. Определи ги збирот и разликата на овие два броја. Ако еден број се зголеми за збирот на броевите 2,4 и 3,2 се добива 10. Кој е тој број?

2. Собирање и одземање мерни единици
(мерни единици за должина: km, hm, dam, m, dm, cm, mm,
мерни единици за маса: t, kg, hg, dag, g, dg, cg, mg, мерни
единици за зафатнина: kl, hl, dal, l, dl, cl, ml, едноимен и
повеќеимен број, операции со имени броеви)

број на часови: 3

„Летаме авион“

Потребни материјали: листови од хартија и линијар
Секој ученик изработува сопствен авион од хартија. Потоа со изработените авиони учениците излегуваат во училишниот двор и помеѓу учениците се спроведува натпревар со мерење. Се означува местото од каде учениците можат да го фрлат својот авион. По желба на учениците се одредува ученик што ќе ги запишува мерењата, а двајца ученика ќе внимаваат дали извршените мерења се точни. Потоа учениците се редат еден позади друг, за да одредат по кој редослед ќе ги фрлаат авионите. Учениците се обидуваат на различни начини, со помош на линијар и примена на ведска математика, да го пресметаат растојанието на кое летнал авионот. Наставникот ја следи работата на учениците, им помага и ги насочува како полено да стигнат до вредноста. (Најдобро е доколку активноста се спроведува на место каде има плочки, затоа што учениците ја мерат страната на плочката, потоа се бројат плочките, двете вредности се множат, па се мери само дополнителното растојание). Победник е ученикот чиј авион летнал најдалеку.

По завршување на натпреварот наставникот спроведува дискусија со учениците:

Што правевте на овој час?

Како го одредивте растојанието на кое леташе вашиот авион?

Што беше потребно за да го направите тоа?

Дали успеавте точно да го одредите растојанието на кое летнал вашиот авион?

.....
„Направи сад за пуканки“

	Потребни материјали: листови хартија, лепило, пуканки Учениците поделени во групи од 4 – 5 ученици, добиваат задача од хартија да изработат сад во кој ќе го стават одредена количнина на пуканки. Тие имаат примерок од пуканки кои ќе им помогнат во проценката. Учениците ги прават потребните мерења и пресметки за да го изработат садот. Се обидуваат пуканките да ги прекријат со хартија, но тука постапуваат погрешно затоа што не го разбираат во целост поимот волумен. Волуменот всушност е димензионален, а тие размислуваат за плоштина. На крајот од часот учениците заклучуваат дека нивните садови се поголеми од колучината на пуканки што ја имаат. Дискутираат за начинот на кој размислувале додека во изработувале садот за пуканки, објаснуваат кои пресметки ги користеле, каде сметаат дека погрешиле и како да се подобрат следен пат. Целта на активноста е учениците да сфатат дека волуменот е димензионален. Учениците со техниката за учење „Коцката е врлена“, поделени во групи избираат проблемски ситуации, на пример: Еден атлетичар при подготовка за натпревар, првиот ден истрчал 17km 7hm 5dam 3m, а вториот ден истрчал 3km 4hm 8dam 6m повеќе од првиот ден. Истрчал атлетичарот вториот ден, а колку вкупно за двата дена? Решението запиши го во повеќеимен број. Жаба се наоѓа на подножјето на сид висок 20 метри. Секој ден скока по 5 метри нагоре и паѓа по 4 метри надолу. Колку денови и се потребни на жабата за да се качи на сидот?
--	---

	За заградување на површина потребни се 2m 3 cm 6mm жица. Колку жица е потребно за да се загради истата површина со 4 реда жица? Решението запиши го во повеќеимен број. Растојанието меѓу градот М и градот N е 173 km. Двата автомобили тргнуваат истовремено од два града и се движат еден кон друг. Првиот автомобил за еден час поминал $72\frac{3}{4}$ km, а вториот автомобил за истото време поминал $65\frac{1}{4}$ km. Колкаво ќе биде растојанието помеѓу нив по еден час возење? Од една славина за 30 секунди истекле 25,6 литри вода, а од друга славина за исто време 7,5 литри повеќе. Од трета славина за 30 секунди истекло 1,2 литри повеќе отколку од првата и втората славина заедно. Колку вкупно вода истекло од трите славини за 30 секунди? Еден сидар успеал да изсида сид за три дена. Првиот ден изсидал 3,2 m. Вториот ден изсидал 199 cm повеќе отколку првиот ден, а третиот ден 15 dm повеќе отколку вториот ден. Колку метри бил долг сидот?
--	--

3. Множење и делење со двоцифрен и трицифрен број, вклучувајќи и децимални броеви

(множител, производ, деленик, делител, количник, дробка, броител, именител, децимална дробка)

број на часови: 3

„Тарсија од производи“

Учениците во мали групи решаваат сложувалка Тарсија во која треба да поврзат еднакви производи преку умствена стратегија – **ведска математика**. Секоја група добива празна Тарсија и делови - триаголници од кои треба да ја состави така што соодветните парови формираат заедничка страна на триаголници. Во празната Тарсија бележат како ја составиле сложувалката и ги пресметуваат производите. Групата која ќе ја реши сложувалката добива нова. (Пример на Тарсија е даден на сликата. Можат да се изработат различни варијации како и сложувалки кои содржат неточни одговори или пак “?” наместо одговор.)

„Домино од дробки“

Учениците се делат во групи од 4 – 5 ученици. На учениците им се објаснува играта домино од дробки. Плочките на кои се запишани дробки се мешаат со лицето свртено надолу. Секој играч извлекува по 6 домина и ги подигнува со лицето на плочките завртено кон себе. На средина од масата се става плочка завртено со лицето нагоре. Преостанатите плочки со дробки од доминото се нарекуваат спиечки плочки. Се одредува насоката во која играчите ги ставаат своите плочки. Секоја плочка мора да биде поставена така што ќе го допира крајот на другата плочка која има иста дробка како онаа од крајот. На ист начин продолжува другиот играч. Доколку играчот нема плочка што ја содржи го содржи крајот на доминото, извлекува плочка од заспаните плочки. Ако нема можност да



постави плочка, играта продолжува со следниот играч. Победник е играчот што ќе ги потроши сите плочки што го има кај себе.

Целта на играта: Учениците вежбаат еквиваленти дробки со различни записи.

.....

Учениците во парови добиваат работни листови со логички задачи од множење и делење, кои вклучуваат загради, децимални броеви и равенки, на пример:

Провери ја на најбрз начин точноста на равенствата. Објасни како го направи тоа.

$$\text{а) } 35 \cdot 36 + 35 \cdot 64 - 35 \cdot 100 = 0$$

$$\text{б) } 98 \cdot 99 + 98 \cdot 99 \cdot 100 = 98 \cdot 99 \cdot 101$$

Постави ги симболите +, -, *, : и загради за да добиеш точно бројно равенство: 3_2_10_2 = 40.

Бонбониерата била полна со бонбони. Вера изела 4 бонбони, Јелена изела 7 бонбони, а Сара изела половина од тие што преостанале. Откако секој изел бонбони од бонбониерата, во бонбониерата останале 8 бонбони. Колку бонбони имало во бонбониерата?

Кои цифри треба да стојат на празните места?

а)

$$\begin{array}{r} 9 \ 2 \ . \ 1 \ 4 \\ 3 \ 6 \ ? \\ + \ ? \ 2 \\ \hline ? \ ? \ 8 \ 8 \end{array}$$

б)

$$\begin{array}{r} 3 \ 2 \ . \ 6 \ ? \\ + \ 2 \ 2 \ 4 \\ 1 \ ? \ ? \\ \hline 2 \ 1 \ 4 \ 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в)} \quad \quad \quad 4 \ 1 \ 8 \ . \ 7 \ 3 \\ + \quad ? \ 2 \ ? \ 4 \\ \hline 2 \ ? \ ? \ 6 \\ \hline ? \ 0 \ 5 \ 1 \ ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г)} \quad \quad \quad 2 \ ? \ 2 \ . \ ? \ 4 \\ + \ 8 \ 4 \ ? \\ \hline ? \ ? \ 8 \\ \hline 9 \ 3 \ ? \ 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{д)} \quad \quad \quad 4 \ 4 \ 9 \ 0 \ . \ 7 \ 2 \\ + \ 8 \ ? \ 8 \ 0 \\ \hline 3 \ ? \ ? \ 3 \ ? \\ \hline ? \ 2 \ 3 \ 2 \ 8 \ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{е)} \quad \quad \quad 7 \ 7 \ ? \ 6 \ . \ 2 \ 9 \\ 6 \ 9 \ ? \ 9 \ 4 \\ \hline ? \ 5 \ ? \ 3 \ ? \\ \hline ? \ 2 \ 5 \ 2 \ 1 \ ? \end{array}$$

Кристина има 7 пати помалку салфетки од Ема, а заедно имаат 776 салфетки. Колку салфетки има Кристина, а колку Ема?

Мајката на Борис и Нина има 37 години и е за 3 години помлада од нивниот татко. Годиците на таткото се два пати повеќе од годините на Борис и на Нина заедно. Борис е за 4 години постар од Нина. Колку години има Борис, а колку Нина?

Пресметај ги бројните изрази:

а) $2,4 : 6 + 1,5 \cdot 2,5$

б) $(15,7 + 30,2) : 3 - 4,35$

в) $(247,8 - 15,3) : 5 + 56,75$

г) $(87,9 - 25,5) : 2 : 3$

**Множење и делење со мерни единици
број на часови: 3**

„Мојот идеален дом“

Учениците се делат во групи од 4-5 ученици и добиваат задача да го креираат својот идеален дом на мрежа со квадратчиња. Учениците треба да ги осмислат собите во домот и да ги уредат. Планот го изработуваат како скица на која со правоаголници, квадрати и правоаголни триаголници ќе покажат колкава површина е потребна за секоја предложена (форма) содржина. Плоштината на површината ја одредуваат според бројот на квадратчиња што ја опфаќа фигурата што ја нацртале. Планираат дел од собата за да сместат кревет, масичка, телевизор.... и колкава површина зафаќаат предметите што треба да ги сместат во домот.

„Фаќање површина“

Учениците работат во парови. Секој пар добива мрежа со квадратчиња и две коцки со цифри од 1 до 6. Учениците се договараат со која боја и на која страна од листот ќе ги претставуваат површината. Со фрлање на двете коцки истовремено ги одредуваат страните на правоаголникот што треба да го нацртаат на својата страна. Страната на квадратчето од мразата одговара на една единица мерка. Секој ученик прави сопствена стратегија како да го претстави следниот правоаголник на мрежата со квадратчиња, без да остави празно место помеѓу правоаголниците или да се преклопи некој од правоаголниците. Победник е ученикот кој ќе покрие поголема површина.



	Се формираат групи од 4 – 5 ученици. На учениците им се задаваат проблемски ситуации од секојдневниот живот: За заградување на површина потребни се 2dam 4m 8dm 3cm жица. Колку жица е потребно за да се загради истата површина со 4 реда жица? Решението запиши го во повеќеимен број. На велосипедски маратон дел од патеката со должина 2307 метри е во планински предел, три пати повеќе има на рамен терен и остатокот од патеката е покрај езеро. Колкава должина има делот од патеката покрај езерото, ако целата должина на патеката за тој маратон изнесува 10000 метри? Матеј за својот роденден сакал да ги почести своите другари со сок. Купил 8 l сок од јаболка и 5 l сок од портокал, за што платил 880 денари. Колку чини по литар од овие сокови ако 4l сок од јаболка чинат колку 3 l сок од портокал? Од еден килограм брашно може да се испече 1,2 kg леб. Во фурната имало 11 вреќи, а секоја тежела по 45,7 kg. Колку леб може да се испече од целото брашно? https://www.bro.gov.mk/wp-content/uploads/2019/07/Prirachnik_Matematika-IV-VI-odd.pdf https://issuu.com/nellasnikovska/docs/matematika-so-razmisluvanje
--	--